



Recebido: 22/12/2023 | Revisado: 18/06/2023 | Aceito: 03/07/2024 | Publicado: 16/09/2024



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 Unported License.

DOI: 10.31416/rsdv.v12i3.871

## Ensino remoto de quadriláteros com objetos digitais: Uma sequência didática embasada no modelo de van Hiele.

ALMEIDA, Ananda de Jesus Fonseca. Especialista/Educação Matemática e EJA

UNEB - campus VIII. Rua do Bom Conselho, 179 - Centro - Paulo Afonso - PE - Brasil. CEP: 48.608-230/Telefone: (87) 98123.0745 / E-mail: [anandadejesus1205@gmail.com](mailto:anandadejesus1205@gmail.com).

BARBOSA, Ronaldo de Almeida. Mestrando/PROFMAT, Especialista/Docência e EJA

UNEB - campus VIII. Rua do Bom Conselho, 179 - Centro - Paulo Afonso - PE - Brasil. CEP: 48.608-230/ Telefone: (87) 98142.5580 / E-mail: [almeidaronaldo2904@gmail.com](mailto:almeidaronaldo2904@gmail.com).

ROCHA, Maria Adélia Cavalcante Silva. Especialista/Educação Matemática

UNEB - campus VIII. Rua do Bom Conselho, 179 - Centro - Paulo Afonso - PE - Brasil. CEP: 48.608-230/Telefone: (75) 99977.5111 / E-mail: [adelia.cetepi@outlook.com](mailto:adelia.cetepi@outlook.com).

PEREIRA, Solange Fernandes Maia. Doutora/Ensino de Ciências e Matemática

UNEB - campus VIII. Rua do Bom Conselho, 179 - Centro - Paulo Afonso - PE - Brasil. CEP: 48.608-230/ Telefone: (75) 99968.1442 / E-mail: [prosolangemaia@yahoo.com.br](mailto:prosolangemaia@yahoo.com.br).

### RESUMO

Esta pesquisa consistiu em investigar os possíveis impactos da aplicação de uma Sequência Didática (SD) baseada no modelo de van Hiele para o ensino de quadriláteros através de um ambiente remoto durante a pandemia de COVID-19. A pesquisa foi realizada com 10 alunos do 2º ano do ensino médio profissionalizante e utilizou-se da metodologia da gamificação e de objetos de aprendizagem digital na perspectiva de se promover a interação e intensificar o processo de aprendizagem dos discentes. Os resultados indicaram que a SD, estruturada em seis momentos distintos (Questionamento ou Orientação Direta, Explicitação, Orientação Livre e Integração), oportunizou avanços significativos no desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos. As análises comparativas dos resultados do pré e pós-teste revelou que a maioria dos estudantes, inicialmente no nível básico de compreensão (nível 1), avançou para o nível de análise (nível 2) e ou de ordenação (nível 3), apresentando a capacidade de analisar, comparar e ordenar logicamente as propriedades dos quadriláteros. Também, considerando-se os avanços nos níveis cognitivos dos estudantes diante dos estudos dos quadriláteros, aponta-se assertiva adequação dos percursos didáticos e adaptações de materiais de ensino aos níveis cognitivos dos estudantes.

**Palavras-chave:** Quadriláteros, Pensamento Geométrico, Modelo de van Hiele.

### ABSTRACT

This research consisted of investigating the possible impacts of applying a Didactic Sequence (SD) based on the van Hiele model for teaching quadrilaterals through a remote environment during the COVID-19 pandemic. The research was carried out with 10 students in the 2nd year of vocational high school and used the gamification methodology and digital learning objects with the aim of promoting interaction and intensifying the students' learning process. The results indicated that SD, structured into six distinct moments (Questioning or Direct Guidance, Explicitation, Free Guidance and Integration), provided significant advances in the development of students' geometric thinking. Comparative analyzes of the pre- and post-test results revealed that the majority of students, initially at the basic level of understanding (level 1), advanced to the level of analysis (level 2)



and/or ordering (level 3), presenting the ability to analyze, compare and logically order the properties of quadrilaterals. Also, considering the advances in students' cognitive levels in the study of quadrilaterals, an assertive adequacy of didactic paths and adaptations of teaching materials to students' cognitive levels are highlighted.

**keywords:** Quadrilaterals, Geometric Thinking, van Hiele model.

## Introdução

A pandemia de COVID-19 trouxe-nos à tona um desafio crucial: como garantir aprendizagens com significado em um contexto de ambiente remoto, especialmente, com tópicos de quadriláteros, que exigem do aprendente ações de interações e visualizações do ente geométrico? E, foi neste cenário, diante de um processo de estágio curricular e, diga-se, de fundamental importância para a formação do professor estagiário, que se foi impulsionado a imersão dos licenciandos na realidade da sala de aula remota, na empreitada de desenvolverem habilidades para lidar com os desafios do ensino remoto e, na perspectiva de tornar aulas mais atrativas e prazerosas.

Diante desse contexto, elaborou-se um projeto com propostas de se estudar as características e propriedades dos quadriláteros e, para se validar os percursos didáticos da aplicação desta proposta, enveredou-se nos caminhos de se investigar os possíveis impactos da aplicação de uma Sequência Didática (SD) baseada no modelo do desenvolvimento do pensamento geométrico, para o ensino de quadriláteros através de um ambiente remoto durante a pandemia de COVID-19. Assim, a SD, foi embasada nos aspectos teóricos do modelo de van Hiele (CROWLEY, 1994; KALLEF, 1994; VILLIERS, 2010), articulando-se com as habilidades da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018) e descritores da Matriz de Referência do Sistema de Avaliação da Educação Básica - SAEB (BRASIL, 2020).

Para tanto, a SD foi estruturada e trabalhada propondo-se a exploração do conteúdo em seis momentos distintos (Questionamento ou Orientação Direta, Explicitação, Orientação Livre e Integração) e, as atividades foram implementadas com base nas ideias dos três primeiros níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico (Nível 1 - visualização e reconhecimento, nível 2 - análise e nível 3 - Ordenação). Desta forma, estas foram planejadas no intuito de se desenvolver aprendizagens no que se refere a habilidade EF06MA20 da BNCC (BRASIL, 2018), que trata da identificação de características dos quadriláteros, e no descritor D18 da Matriz de Referência do SAEB (BRASIL, 2020), que se refere à classificação dos quadriláteros.

Para a elaboração e escolha dos materiais de ensino utilizou-se de plataformas como *Wordwall*, *Kahoot* e *Geogebra*, além de apresentações de *slides* elaborados no *Power Point* e *Canva*. A escolha por esses recursos visou o direcionamento lógico, a melhoria da visualização das características dos entes geométricos, o bom desenvolvimento das aulas e a intensão de se instigar o despertar de interesse e motivação dos alunos. As questões propostas foram tratadas na perspectiva de apresentar os quadriláteros como entes geométricos presentes no cotidiano e nas “coisas” da vida real, na perspectiva de se dá significado à estrutura matemática e de se promover a compreensão do espaço matemático em que vivemos.

A pesquisa-ação apresenta abordagens bibliográficas com teor de análises qualitativas e foi planejada a partir da observação das dificuldades dos alunos e as



atividades foram implementadas através da metodologia da gamificação (SILVA, 2020) e da exploração de recursos digitais (jogos digitais, vídeos, jogo de questionário e outros). Foi realizada com 10 alunos do 2º ano do ensino médio profissionalizante, em uma escola pública que oferta diversos cursos técnicos. A coleta de dados ocorreu entre 17 de agosto e 08 de novembro de 2021, iniciando-se com a aplicação de um pré-teste para avaliar o nível de compreensão dos alunos em relação aos conceitos de quadriláteros. Com base nos resultados do pré-teste, foi implementada a SD no intuito primeiro de dirimir ou sanar as dificuldades detectadas. Após as ações interventivas da SD, foi aplicado um pós-teste para analisar os resultados comparativamente com o pré-teste.

Durante a aplicação da SD, alguns alunos enfrentaram dificuldades para participar ativamente das atividades, inclusive devido às limitações e instabilidades da internet em suas localidades e, também, essa situação por vezes dificultou a participação dos discentes nas aulas, incluindo quando era necessário o uso de jogos como *Kahoot* e *Wordwall*. Apesar desses obstáculos, a maioria dos alunos interagiu com as atividades propostas e participou ativamente das aulas, fazendo questionamentos e tirando dúvidas.

Após as ações interventivas da SD e diante da análise comparativa dos resultados do pré e pós-teste, revelou-se que, apenas 20% dos alunos permaneceram no nível de conhecimento (nível 1), enquanto 60% destes avançaram para os níveis subsequentes, sendo que 10% destes avançaram para o nível 2 (análise) e 50% para o nível 3 (ordenação) de desenvolvimento do pensamento geométrico. Então, considerando-se os avanços cognitivos dos estudantes diante dos estudos dos quadriláteros, aponta-se assertiva adequação dos percursos didáticos e adaptações de materiais de ensino aos níveis cognitivos dos estudantes, ações didáticas sugeridas pelo modelo de ensino de Geometria proposto por van Hiele.

## 1. Diálogos teóricos

Este tópico aborda sobre as ideias do modelo de van Hiele com base nos estudos de Crowley (1994), Kallef (1994) e Villiers (2010) e outros, versando, principalmente, sobre os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico e os percursos didáticos e, também, sobre objetos digitais de aprendizagem, já que foi necessária esta compreensão para implementação adequada da SD.

### 1.1 Sobre o modelo de van Hiele

O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele consiste em trabalhar os conteúdos de Geometria com abordagens graduais e que são pautadas em cinco níveis de compreensão e, são eles, visualização (N1), análise (N2), dedução informal (N3), dedução formal (N4) e rigor (N5), os quais descrevem características próprias diante do processo de se pensar a Geometria. E, sobre esta linha de pensamento, Lindquist e Shulte (1994) afirmam que:

[...] Apoiado em experiências educacionais apropriadas, o modelo afirma que o aluno move-se sequencialmente a partir do nível inicial, ou básico (visualização), no qual o espaço é simplesmente observado - as propriedades das figuras não são explicitamente reconhecidas, através da sequência [...] até o nível mais elevado (rigor), que diz respeito aos



aspectos abstratos formais da dedução. Poucos alunos experimentam, ou alcançam, o último nível [...] (LINDQUIST E SHULTE, 1994, p. 02)

Diante dessas ideias é relevante considerar as abordagens específicas de cada nível, sendo que, decide-se por expor, sucintamente, o entendimento das características dos níveis de pensamentos geométricos (N1, N2 e N3) que foram trabalhados na proposta de ensino por se adequarem ao desenvolvimento cognitivo dos alunos ora pesquisados, pois, estes estão inseridos na Educação Básica (CROWLEY, 1994).

**Nível 1 (Visualização):** Trata da fase de visualização ou reconhecimento e, nesse nível as figuras geométricas devem ser reconhecidas por sua forma como um todo, visto somente sua aparência e, nesta fase o aluno pode saber, na informalidade, o vocabulário correto, como por exemplo, triângulo e quadrado, mas, não reconhece estes entes pelas suas propriedades formais (CROWLEY, 1994; VILLIERS, 2010).

**Nível 2 (Análise):** Inicia-se com as análises dos conceitos que englobam cada ente geométrico e, o aluno já percebe as características e estabelece alguns parâmetros na identificação de cada figura geométrica. Reconhece, também, que as figuras geométricas têm partes e estão compreendidas em grupos e subgrupos, porém, a inclusão de classes ainda não é formalizada (CROWLEY, 1994; VILLIERS, 2010).

**Nível 3 (Dedução informal):** Nesse nível os alunos estabelecem uma ordenação lógica das propriedades de cada figura, por meio de curtas sequências de deduções, mas, já compreendem as correlações entre as figuras, ou seja, já se aborda as ideias de inclusão de classes (CROWLEY, 1994; VILLIERS, 2010).

Porém, considerando que a transição de aprendizagem entre os níveis não é feita de modo natural, mas, de acordo com a influência metodológica do professor para a abordagem de um processo de ensino. Desta forma, van Hiele inclui no seu modelo uma proposta de percursos didáticos composta pelo sequenciamento de cinco fases e, estas favorecem ao professor a condução de atividades que estimulem os discentes a utilizar o conhecimento adquirido com significado.

Para melhor entendimento, resume-se estas fases que compõem os percursos didáticos através do quadro 1, que refere a fase didática, o objetivo para a aprendizagem dos alunos e o papel do professor;

**Quadro 1 - Percursos Didáticos do modelo de van Hiele**

Fase	Objetivo	Papel do professor
Informação	Conhecer o conteúdo do domínio ou fazer levantamento de conhecimentos prévios.	Colocar à disposição dos alunos alguns materiais (objetos manipuláveis ou de Geometria dinâmica com softwares ou objetos do dia a dia) e aplicar atividades que proponham levantamento de conhecimentos prévios através de questionamentos, diálogos ou análises guiadas.
Orientação Guiada (Direta)	Explicar as conexões entre os objetos que estão a manipular e os entes geométricos.	Os alunos serão instigados, através de atividades guiadas, a explorar o objeto de estudo através de materiais didáticos concretos que serão cuidadosamente



Fase	Objetivo	Papel do professor
		selecionados pelo docente no momento do planejamento de aulas.
Explicitação	Consciencializar relações e exprimi-las por suas palavras próprias.	Promover e orientar discussões entre os alunos, incentivando-os e guiando-os a troca de experiências e conhecimentos através de explorações que os conduzam às descobertas e uso técnico da linguagem.
Orientação Livre	Aplicar relações e resolver problemas.	Selecionar materiais e problemas com várias vias de solução e que desperte a habilidade de exploração diante de experiências acumuladas, da linguagem e da autonomia do aluno.
Integração	Sintetizar os conhecimentos e integrá-los numa rede coerente de fácil aplicação.	Encorajar os alunos a refletirem e a consolidarem os seus conhecimentos geométricos através de processos de síntese diante de observações globais.

Fonte: Adaptado de Junqueira (1994, p. 33)

Entende-se que as abordagens dos percursos didáticos instigam ao favorecimento das interações entre os pares, porém, com direcionamentos que operam a compreensão do avanço de aprendizagem, incidindo de forma gradual e contínua e, sempre partindo-se das abordagens mais elementares até as mais complexas e, com o propósito de oportunizar aos alunos o desenvolvimento das aprendizagens de forma colaborativa e interativa.

## 1.2 Objetos digital de aprendizagem

Os “Objetos de Aprendizagem são definidos como uma entidade, digital ou não digital, que pode ser usada e reutilizada ou referenciada durante um processo de suporte tecnológico ao ensino e aprendizagem” (BALBINO *Et al.*, 2007, p. 01) e, neste sentido, “[...] incluem conteúdos de aplicação multimídia, conteúdos instrucionais, objetivos de aprendizagem, ferramentas de *software e software* instrucional, pessoas, organizações ou eventos referenciados durante o processo de suporte da tecnologia ao ensino e aprendizagem” (BALBINO *Et al.*, 2007, p. 01).

Mas, estes “[...] não substituem nem subestimam o papel do professor. Sendo este um dos protagonistas do processo (juntamente com os alunos), pois é ele quem vai escolher quais objetos serão usados, visando atingir um determinado objetivo pedagógico” (O QUE E QUAL..., 2020, p. 01). Desta forma, os objetos digitais de aprendizagem (jogos, *applets*, textos digitais e ilustrados, *slides* com som e movimento, quebra-cabeça, cruzadinha, vídeos lúdicos, simuladores etc.) traduzem-se em espaços de diversão, instrumentos de se estudar brincando, oportunidade de se resolver atividades jogando, possibilidades de manipulação do ente geométrico, ensejo de despertar a curiosidade e o encantamento dos jovens estudantes, diante das lógicas dos jogos educativos.

Acredita-se que estes instrumentos de aprendizagem, recursos educativos digitais, têm o poder de instigar a participação dos alunos nas aulas e, também, possibilitar discussões relevantes entre os professores sob variadas perspectivas de como se ensinar Matemática, pois,



Os Objetos de Aprendizagem têm se mostrado uma alternativa pedagógica eficaz no ensino de conteúdos [...] Essas atividades, no momento em que são realizadas em sala de aula, ou fora dela, fazem com que o aluno se questione e busque respostas às suas dúvidas, descobrindo um caminho diferente do que está acostumado e obtendo acesso às respostas a partir das indagações por ele levantadas (MATHIAS *Et al.*, 2007, p. 02)

Dessa forma, considera-se o objeto digital de aprendizagem um recurso didático interativo que possibilita que os alunos ampliem seus conhecimentos através de atividades dinâmicas e que tornam os conteúdos didáticos mais atraentes de serem estudados e, também, é possível amplificar a sua utilização para atividades de fixação, de reforço e avaliativa, desde que o aluno disponha de um computador ou *tablet* ou celular.

## 2. Aspectos Metodológicos

O diálogo do tópico seguinte trata da classificação da metodologia de pesquisa com base nas ideias de PRODANOV e FREITAS (2013), sendo caracterizada quanto à natureza, aos objetivos e aos procedimentos. Aborda-se, também, sobre as atividades interventivas da SD, dentro dos procedimentos pensados para sua elaboração e dos percursos didáticos trabalhados em seis momentos distintos.

### 2.1 Classificação da pesquisa

A investigação foi classificada de acordo com as ideias de Prodanov e Freire (2013) analisando-se os tipos de pesquisa e respectivas classificações levando-se em consideração a natureza, os objetivos e os procedimentos. Assim, resume-se as ideias principais que contemplam a caracterização de cada uma destas no quadro 2 representado a seguir:

**Quadro 2 - Tipos e classificação da pesquisa**

Tipos	Classificação
Quanto a Natureza	<u>Pesquisa Aplicada</u> , pois, “objetiva gerar conhecimentos para aplicação prática dirigidos à solução de problemas específicos” (p. 51).
Quanto aos Objetivos	<u>Pesquisa Descritiva</u> , “[...] Envolve o uso de técnicas padronizadas de coleta de dados: questionário e observação sistemática. Assume, em geral, a forma de Levantamento” (p. 52).
Quanto aos procedimentos	<u>Pesquisa Bibliográfica</u> , pois, foi “[...] elaborada a partir de material já publicado, constituído principalmente de: livros, revistas, publicações em periódicos e artigos científicos, jornais, boletins, monografias, dissertações, teses, material cartográfico, internet” (p. 54).
	<u>Pesquisa-ação</u> , “[...] quando concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo. [...] Com a pesquisa-ação, os pesquisadores pretendem desempenhar um papel ativo na própria realidade dos fatos observados” (p. 65-66).

Fonte: Adaptado de Prodanov e Freitas, 2013



## 2.2 Procedimentos para a elaboração da SD

As atividades que compõem a SD foram estruturadas e aplicadas ao longo de três semanas (6 horas/aulas), no período de 17 de agosto a 08 de setembro de 2021, com 10 alunos do segundo ano do ensino médio de uma escola pública de Paulo Afonso, na Bahia. Neste sentido, a organização pedagógica desta experimentação se deu através da escolha de se trabalhar os saberes contemplados pelos quadriláteros (conteúdo proposto no plano de ensino da unidade corrente) e, para tanto, foram implementadas as atividades e ações didáticas diante das considerações dos níveis e percursos didáticos propostos pelo modelo de van Hiele (VILLIERS, 2010; CROWLEY, 1994; KALLEF, 1994) e contando com as ideias de estruturação reveladas por Zabala (1998), quando considera uma SD como um:

[...] conjunto de relações interativas necessárias para facilitar a aprendizagem se deduz uma série de funções dos professores, que tem como ponto de partida o próprio planejamento [...] Planejar a atuação docente de uma maneira suficientemente flexível para permitir a adaptação às necessidades dos alunos em todo o processo de ensino/aprendizagem (ZABALA, 1994, p. 92).

Depois, desses estudos, centrou-se na habilidade EF06MA20 da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) e no descritor D18 da Matriz de Referência do Sistema de Avaliação da Educação Básica (BRASIL, 2020) que se referem ao conteúdo de quadriláteros. Seguiu-se analisando-se a abordagem dada no livro didático adotado e considerando-se as possibilidades de aplicabilidade dos vários objetos digitais de aprendizagem, considerando-se as distintas plataformas digitais (*Kahoot*, *WordWall*, *GeoGebra*, *Google Forms* e outras). E, neste caso, segue-se um breve diálogo sobre os caminhos percorridos para a aplicação da SD e os materiais de ensino utilizados para estes tempos de aulas remotas.

## 2.3 Percursos didáticos na aplicação da SD

Os percursos didáticos foram realizados de forma remota para respeitar as regras impostas pelos órgãos de saúde diante do isolamento social e para evitar a proliferação do Coronavírus (COVID-19). Para tais cuidados, as aulas foram propostas de forma remota, ora síncrona e ora assíncrona, com o auxílio da plataforma *Classroom* para a organização das demandas de atividades e do *Meet* para as videoconferências ou aulas remotas e, para efetivar-se as interações entre os pares foram utilizadas as possibilidades de incremento das tecnologias digitais, incluindo, os objetos digitais de aprendizagem e os variados métodos de ensino propostos pelas metodologias ativas, priorizando-se a gamificação. Vale ressaltar, que a SD foi aplicada em 10 horas aulas, com 6 momentos distintos:

### Primeiro Momento: Proposta de ensino e Atividade Pré-teste

Nesta fase do percurso didático, apresentou-se as propostas do projeto de ensino para os alunos e, explicou-se como se daria a aplicação e o que se esperava dos resultados e, já se comunicou os métodos de ensino que seriam adotados. Depois, em comum acordo com os alunos, enviou-se o *link* para aplicação da atividade pré-teste, a qual ocorreu de forma assíncrona. Este teste foi elaborado com o intuito de analisar-se as habilidades geométricas dos estudantes, considerando os níveis do modelo de van Hiele sobre o conteúdo de quadriláteros.

Este foi composto por nove questões, sendo que três destas se adequam ao nível 1, três ao nível 2 e três ao nível 3. Ressalta-se que, para a elaboração destas, utilizou-se apenas dos três primeiros níveis, porque os estudantes ora pesquisados apresentam características cognitivas que se adequam a estes, pois, são alunos da Educação Básica (Ensino Médio) e que detêm muitas dificuldades quanto ao conteúdo de quadriláteros. Após análise dos resultados do pré-teste e com o levantamento das dificuldades apresentadas pelos alunos, implementou-se a SD.

### Segundo Momento: Informação ou Questionamentos

Na primeira etapa da implementação da SD, levou-se em consideração as ideias de Kallef (1994, p. 06) a respeito do percurso didático “Informação” quando sugere que “Professor e alunos estabelecem um diálogo versando sobre o material de estudo deste nível. Neste diálogo são feitas observações, questões são levantadas, e o vocabulário específico do nível é introduzido”. Neste contexto, primou-se por atividades de questionamentos para fazer o levantamento de conhecimentos prévios, através de aulas interativas e participativas. Foi proposto atividades ilustradas (figura 1) para incentivar o levantamento de conhecimentos prévios.

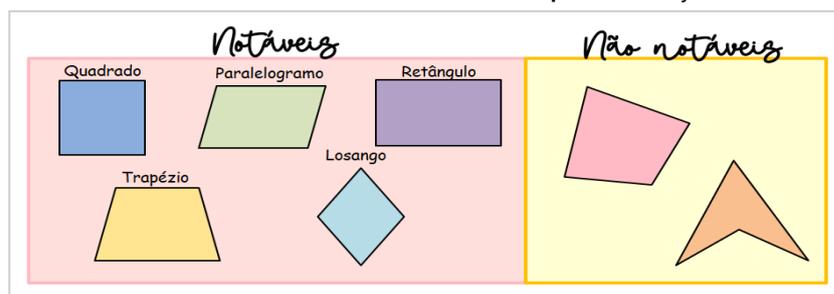
**Figura 1** - Recorte de *slides* proposto para levantar discussões



Fonte: Os autores, 2021

No intuito de direcionar as discussões coletivas, elaborou-se *slides* abordando conceitos que englobam os quadriláteros, primando-se por questões que promovessem a interatividade e no intuito de despertar o interesse e a motivação dos discentes. Na oportunidade foi proposto aos alunos a separação dos quadriláteros em grupos comuns, considerando intuitivamente a visualização dos entes geométricos (figura 2). O propósito desta era apresentar a existência dos subconjuntos e discutir as classificações dos quadriláteros e, na informalidade, já se abordou algumas características comuns dos entes geométricos.

**Figura 2** - Grupos de quadriláteros considerando algumas características visuais - Recorte do slide de apresentação



Fonte: Os autores, 2021

A Partir das análises destas discussões coletivas, trabalhou-se os conceitos de lados, ângulo interno, diagonais e congruência de lados, enfatizando, informalmente, as propriedades comuns aos paralelogramos (quadrado, retângulo e losango) e aos trapézios e, finalizou-se esta etapa com as classificações de quadriláteros notáveis e não notáveis.

### Terceiro Momento: Orientação Direta

Na etapa de “Orientação Direta”, considerou-se “As atividades, em sua maioria, são tarefas de uma só etapa, que possibilitam respostas específicas e objetivas” (KALLEF, 1994, p. 06) e, nesta perspectiva, disponibilizou-se dois jogos planejados na plataforma *Wordwal*, com questões que abordavam as características dos entes geométricos nas suas individualidades (figura 3).

**Figura 3 - Recorte do Jogo Quadriláteros Notáveis**



Fonte: Os autores, 2021

Ao fim desta etapa, promoveu-se uma correção coletiva das questões propostas, no intuito de incentivar os alunos aos discursos de explanação das suas compreensões individuais e coletivas, oportunizando a familiarização espontânea e gradual dos saberes referentes às características dos entes geométricos, se utilizando da linguagem formal, através, inclusive, das descobertas.

### Quarto Momento: Explicitação

Logo mais, abordou-se as características dos principais subgrupos dos quadriláteros (paralelogramos, trapézios e outros que não são trapézios nem paralelogramos e, por isso, não possuem lados paralelos) e, tratou-se sobre os ângulos internos e externos, incluindo a soma dos ângulos internos e externos, número de diagonais, perímetro e área dos entes geométricos, seguindo-se na perspectiva de propor ideias de operar troca de saberes e oportunizar discussões e análises coletivas (figura 4) entre os pares.

**Figura 4 - Recorte de Questão proposta na SD**

**vamos resolver?**

1) No losango ABCD, determine:

a) as medidas  $x$  e  $y$  indicadas  
b) as medidas dos quatro ângulos do losango

2) As diagonais de um retângulo formam, entre si, um ângulo de  $110^\circ$ . Calcule os ângulos que cada uma delas forma com os lados.

Fonte: Os autores, 2021



Nesta fase, propôs-se questões que possibilitassem ao aluno discussões e trocas de conhecimentos com os colegas e professor, pois, na perspectiva de que estas experiências enriquecessem as aprendizagens e, desta forma, “Com base nas experiências anteriores, os alunos refinam o uso de seu vocabulário, expressando verbalmente suas opiniões” (KALEFF *Et al.*, 1994, p. 07).

#### Quinto Momento: Orientação Livre e Integração

Na fase de orientação livre, “É fundamental que o aluno ganhe experiência na busca de sua forma individual de resolver as tarefas, buscando sua própria orientação no caminho da descoberta de seus objetivos” (KALLEF, 1994, p. 07) e, neste sentido, abordou-se problemas que foram resolvidos de várias formas, mas, com indicadores de caminhos a serem seguidos e, para tanto, foi necessário a aplicação de conhecimentos anteriores.

E, após analisar-se todos os percursos didáticos anteriores, decidiu-se por trabalhar uma proposta de revisão geral dos saberes estudados, ou seja, a abordagem de sintetização dos saberes que englobam os quadriláteros, “visando uma integração global entre os objetos e relações com a consequente unificação e internalização num novo domínio de pensamento” (KALLEF, 1994, p. 07).

Também, oportunizou-se aos alunos as possibilidades de avaliações individuais dos saberes apreendidos e apresentação das suas dúvidas e entendimentos conceituais e, em seguida, foi ministrado um aulão de tira-dúvidas e, nesta ocasião os alunos foram protagonistas das suas aprendizagens quando estes apresentavam para seus pares as suas próprias explicações referentes aos tópicos de conteúdos estudados.

#### Sexto Momento: Atividade Pós-teste

Nesta oportunidade, foi aplicado a atividade pós-teste, na perspectiva de realizar análises comparativas com o resultado do pré-teste e qualitativas quando da fundamentação das descobertas e comentários do pesquisador com apoio das ideias dos autores estudados, a fim de qualificar (ou não) os percursos didáticos ora estabelecidos com a sequência didática trabalhada.

### **3 Resultado e discussão**

Com o objetivo de analisar os avanços de aprendizagem dos alunos através da aplicação de uma SD que fora embasada nas ideias de van Hiele, apresenta-se neste tópico argumentos que se referem as descobertas e percepções do pesquisador validadas pelos discernimentos dos teóricos estudados.

#### **3.1 Avanços de desenvolvimento do pensamento geométrico?**

O pré-teste revelou que 80% dos alunos se encontravam no nível 1 (reconhecimento) de compreensão do modelo de van Hiele (visualização), 20% no nível 2 (análise) e nenhum no nível 3 (ordenação). Esse resultado indicou que os alunos apresentavam dificuldades em relação aos conceitos básicos de quadriláteros, o que demandou uma intervenção pedagógica qualificada em se trabalhar as dificuldades dos alunos durante os avanços no conteúdo.

Neste nível, em que se encaixa a maioria dos estudantes, as “[...] figuras geométricas são reconhecidas pela aparência global, podendo ser chamadas de triângulo, quadrado, etc., mas os alunos não explicitam as propriedades de identificação das mesmas” (KALEFF, 1994 p. 04) e, reconhece-se que este resultado não se adequa ao nível de conhecimento geométrico esperado para o ciclo de



ensino dos estudantes pesquisados, já que estes estão inseridos no ensino médio e, de acordo com as abordagens das habilidades da BNCC do Ensino Médio (BRASIL, 2018) estes alunos deveriam estar em um nível mais avançado de conhecimentos geométricos.

Neste sentido e, confabulando com Kaleff (1994) se implementou atividades consideradas interessantes e interativas, inclusive gamificadas, com o propósito de se instigar os estudantes ao desenvolvimento de *insight* e, neste sentido, conferiu-se as propostas dos níveis de aprendizagem sugeridos por van Hiele e, para tanto, observou-se que para o sujeito alcançar o nível 1 de conhecimento geométrico faz-se necessário “[...] aprender o vocabulário geométrico, identificar formas específicas, reproduzir uma figura dada, etc” (p. 04); o nível 2, “[...] discernir características das figuras geométricas, estabelecendo propriedades, que são então usadas para conceituarem classes e formas” (p. 04) e, o nível 3, as “[...] classes de figuras são reconhecidas, inclusão e interseção de classes são entendidas” (p. 05).

Vale ressaltar, que um sujeito somente atingirá o *insight*, quando: “(a) é capaz de se desempenhar numa possível situação não usual; (b) desenvolve corretamente e adequadamente as ações requeridas pela situação; (c) desenvolve deliberadamente e conscientemente um método que resolva a situação” (KALEFF, 1994, p. 04). É considerável rever que nesta proposta de ensino o professor se assume como um mediador dos conhecimentos dos alunos, uma vez que se propõe a perspectiva de que estes são construtores ativos do seu próprio conhecimento, pois, as atividades foram modeladas com o propósito de serem resolvidas com autonomia, com base na troca de saberes entre os pares, de forma colaborativa e cooperativa, inclusive, instigando a participação dos alunos nas discussões.

Para a aplicação destas atividades que compõem o todo da SD, traçou-se os percursos didáticos sequenciais (Informação, Orientação Guiada, Explicitação, Orientação Livre e Integração) abordados no modelo de van Hiele, com o propósito de apoiar diálogos que favorecessem o reconhecimento dos distintos quadriláteros em objetos e paisagens do dia a dia; propondo possibilidades de descobertas das propriedades dos entes geométricos através da observação e manipulação de *aplets* matemáticos; observando as interrelações entre as figuras através de pesquisas e descobertas; propondo a aplicação destas relações para resolver problemas do contexto real e, até mesmo; apresentando de forma verbal os resultados encontrados, estratégias de pensamentos diante das descobertas, através de apresentações coletivas.

Diante destas intervenções, foi possível contemplar conteúdos necessários ao desenvolvimento das habilidades em curso e, então, na estruturação da SD levou-se em consideração revisar os conhecimentos prévios (ângulos retos e a sua notação, retas paralelas e perpendiculares) necessários as experimentações que seriam propostas com o auxílio do *software Geogebra* que ora os alunos apresentaram dificuldades. E, segue-se a explanação de tópicos de Geometria que foram contemplados pelos seguintes itens:

- a) definir um quadrilátero, um quadrado, um retângulo, um losango, um trapézio e um paralelogramo;
- b) identificar as formas acima com base nas suas propriedades;
- c) reconhecer quadriláteros que não são nenhum dos anteriores;
- d) indicar as propriedades dos quadriláteros notáveis;
- e) descrever quantos quadrados, retângulos e losangos são tipos especiais de paralelogramos e como quadrados são tipos especiais de retângulos;
- f) calcular perímetro e áreas dos quadriláteros.



Durante as ações interventivas, percebeu-se que para alguns alunos, certas definições que foram apresentadas na introdução dos conteúdos só foram passíveis de compreensão por estes quando trabalhado as propostas do nível 3. A partir desta percepção, potencializou-se a estruturação e aplicação de atividades com questões explorando revisões contínuas de saberes inerentes aos níveis anteriores. E, compreende-se que para o estudante avançar de nível devem passar por uma reestruturação dos conhecimentos percebidas no nível anterior, pois, a transição entre os níveis não é feita de modo espontânea, mas de acordo com a influência de um processo de ensino e aprendizagem, como afirma Junqueira (1994).

O professor desempenha um papel determinante na progressão. Contudo, não se lhe pode atribuir só o papel tradicional de debitador de conhecimentos. Neste modelo, a progressão será antes consequência de uma escolha adequada de actividades feita pelo professor para os alunos realizarem (JUNQUEIRA, 1994, p. 33).

A aplicação da Sequência Didática (SD) em ambiente remoto, durante a pandemia, demonstrou a eficácia do uso de objetos digitais de aprendizagem e da gamificação no sentido de se promover o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos. A SD, estruturada em seis momentos distintos e seguindo os percursos didáticos do modelo de van Hiele, resultou em boas aprendizagens, como evidenciado pelo pós-teste: 50% dos alunos alcançaram o nível 3 de compreensão (ordenação), 30% o nível 2 (análise) e 20% permaneceram no nível 1 (visualização). Esses resultados validam a importância da utilização de materiais didáticos diversificados, da organização pedagógica e dos percursos didáticos adequados para o desenvolvimento do pensamento geométrico, especialmente em contextos desafiadores como o da pandemia

Portanto, concorda-se que o pensamento geométrico do aluno avança de forma lenta e contínua desde as representações de visualização (nível 1) até às formas de ordenação (nível 3) e, também, dependem das ações pedagógicas do professor, as quais qualificam os processos de ensino e aprendizagem. Neste contexto, os jovens estudantes começaram por reconhecer as figuras e diferenciá-las pelas suas configurações físicas e, logo mais, o fizeram pela análise das suas características através de manuseios de *aplets* e, por último, seguiram as devidas ordenações por subgrupos, a partir do conhecimento das suas propriedades.

Enfim, é relevante abordar que para que, de fato, ocorra uma adequação didática no que se refere ao processo de ensino, deve-se contemplar nas atividades propostas que possibilitem a visualização, a identificação, a manipulação (construir, desenhar, pintar, manipular) e a descrição através das propriedades específicas. Também, a utilização dos *aplets* e construções geométricas possibilitados pelo software *Geogebra* e os objetos digitais de aprendizagem elaborados na plataforma *Wordwall* enriqueceram a capacidade de visualização, identificação e classificação dos entes geométricos, favorecendo o progresso na aprendizagem dos estudantes.

## Considerações

A presente pesquisa-ação, realizada em contexto pandêmico, evidenciou a potencialidade da SD embasada nas ideias teóricas do modelo de van Hiele para o ensino de quadriláteros em ambiente remoto, pois, a utilização de objetos de



aprendizagem digital e recursos de gamificação, aliados à estruturação da SD em seis momentos distintos, propiciou aos alunos avanços significativos no desenvolvimento do pensamento geométrico, especialmente em relação à capacidade de analisar, ordenar e comparar logicamente as propriedades dos quadriláteros.

É importante destacar que a pesquisa, apesar de seus resultados promissores, apresenta algumas limitações. Pois, o número reduzido de participantes (10 alunos) e o tempo limitado de aplicação da SD (três semanas) impede a generalização dos resultados para outros contextos e populações. Além disso, a instabilidade da internet em algumas localidades e a dificuldade de acesso a recursos tecnológicos por parte de alguns alunos impactaram a participação e o engajamento na pesquisa.

Apesar dessas limitações, os resultados da pesquisa demonstram que o ensino de Geometria em ambiente remoto pode ser eficaz com o uso estratégico de recursos digitais e metodologias ativas. Inclusive, a SD proposta, com foco na interação e na autonomia do aluno, mostrou-se capaz de superar os desafios impostos pelo contexto pandêmico, promovendo a aprendizagem de conceitos geométricos com significado.

Portanto, estes estudos contribuem para o debate sobre o ensino de Geometria, inclusive, em tempos de pandemia, evidenciando a importância de adaptar materiais e metodologias de ensino às novas realidades. Pois, é salutar se explorar o potencial das tecnologias digitais para promover a aprendizagem dos alunos. Sugere-se, para futuras pesquisas, a ampliação do número de participantes, a extensão do tempo de aplicação da SD e a investigação de outros recursos digitais e estratégias pedagógicas para o ensino de Geometria em ambiente remoto, mas, compreendendo-se que estas práticas se estendem ao ensino presencial.

## Referências

ALVES, George Souza. SOARES, Adriana. Benevides. **Geometria Dinâmica: um estudo de seus recursos, Potencialidades e limitações através do software Tabulae**. Artigo, Rio de Janeiro, 2003. Disponível em: <[http://www.geogebra.im-uff.mat.br/biblioteca/WIE\\_George\\_Adriana.pdf](http://www.geogebra.im-uff.mat.br/biblioteca/WIE_George_Adriana.pdf)>. Acesso em: 13/12/2023.

CROWLEY, Mary L. **O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico**. In: LINDQUIST, Mary & SHULTE, Albert P. (organizadores), *Aprendendo e Ensinando Geometria*. São Paulo: Atual, 1994.

JUNQUEIRA, Maria. **Aprendizagem da Geometria em ambientes virtuais dinâmicos: Um estudo no 9º ano da escolaridade**. 306 p. Dissertação (Mestrado em Ciências de Educação) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 1994.

LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. **Aprendendo e Ensinando Geometria**. 5ª edição. Local de publicação: Editora Atual, 1994.

LINK, Fernanda. **Estudos dos quadriláteros frente às novas tecnologias**. Disponível em: <<https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/134481/000985787.pdf?sequence=1&isAllowed=y>>. Acessado em 10/09/2021.



**LONGATO, Dirlei Ferreira. Ensino e aprendizagem da Geometria e a teoria de Van Hiele: via de mão dupla para o desenvolvimento do pensamento geométrico.** Disponível em:

<[http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes\\_pde/2016/2016\\_artigo\\_mat\\_utfpr\\_dirleiferreiralongato.pdf](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_artigo_mat_utfpr_dirleiferreiralongato.pdf)>. Acesso em: 13/12/2023.

MATHIAS, Carmen Vieira.; MARQUES, Clandio Timm.; SIQUEIRA, Daiana.; GODOIS, Janette Mariano.; SANTOS, Larissa Rrosa.; APPEL, Marta Lia Genro.; CAVALLIN, Rosane Mesquita.; FAGAN, Solange Binotto. **Desenvolvimento de objetos de aprendizagem nas áreas de língua portuguesa e Matemática.** RENOTE: Revista Novas Tecnologias na Educação, Rio Grande do Sul, v. 05, n. 01, p. 1-10, jul. 2007.

O QUE E QUAIS são os objetos digitais de aprendizagem. Portal Educação, Sem Data. Disponível em: <https://blog.portaleducacao.com.br/o-que-e-quais-sao-os-objetos-de-aprendizagem/#:~:text=Pode%2Dse%20afirmar%20tamb%C3%A9m%20que,atingir%20um%20determinado%20objetivo%20pedag%C3%B3gico>. Acesso em: 21/02/2022.

PERETTI, Lisiane. **Sequência Didática na Matemática.** Disponível em: <[https://www.bage.ideau.com.br/wpcontent/files\\_mf/7ff08743d52102854eaaf22c19c4863731\\_1.pdf](https://www.bage.ideau.com.br/wpcontent/files_mf/7ff08743d52102854eaaf22c19c4863731_1.pdf)>. Acesso em: 13/12/2023.

PRODANOV, Cleber Cristiano. FREITAS, Ernani Cesar. **Metodologia do trabalho científico [recurso eletrônico]: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico.** 2° edição. Novo Hamburgo - Rio Grande do Sul - Brasil 2013. Disponível em: <<https://www.feevale.br/institucional/editora-feevale>>. Acesso em: 21/02/2022.

REI, Duke Monteiro; FIGUEIREDO, Luiz Guilherme Figueiredo. **Desenvolvimento do Pensamento Geométrico - O Modelo de Van Hiele.** Disponível em: <<file:///C:/Users/R/Downloads/10671-Texto%20do%20artigo-56822-1-10-20150921.pdf>>. Acesso em: 13/12/2023.

SANTOS, Marcele da Silva. **O ensino de Geometria e a teoria de van Hiele: uma abordagem através do laboratório de ensino de Matemática no 8° ano da educação básica.** Disponível em: <<https://docplayer.com.br/68569647-O-ensino-de-geometria-e-a-teoria-de-van-hiele-uma-abordagem-atraves-do-laboratorio-de-ensino-de-matematica-no-8o-ano-da-educacao-basica.html>>. Acesso em: 13/12/2023.

VILLIERS, Michael. Algumas reflexões sobre a teoria de Van Hiele. **Educação Matemática e Pesquisa**, Rio de Janeiro, v. 12, n. 3, p. 400-431, 2010. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/5167/3696>>. Acesso em: 13/12/2023.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar.** Porto Alegre: Artmed, 1998.